

## ***Le problème de la pesée des 12 billes (6.11.13)***

Il s'agit de trouver la façon de s'y prendre pour déterminer parmi douze billes, laquelle est plus légère ou plus lourde (on ne sait pas si c'est lourd ou léger) que les onze autres, en trois pesées seulement.

Pour chacune des trois pesées on placera 4 billes à gauche et 4 billes à droite et on notera : penche à gauche (G), ou bien, penche à droite (D) ou bien, reste à l'équilibre (E).

L'étude des hypothèses considère successivement chacune des billes, plus légère ou plus lourde, ce qui nous amène à 24 possibilités. Par ailleurs, la balance donne trois réponses (G, D ou E) sur trois pesées, donc le nombre de réponses différentes est  $3^3 = 27$ . C'est plus que suffisant, on devrait pouvoir s'en sortir à condition de s'y prendre, bien.

Parmi les positions sur les plateaux des trois pesées, il y a des symétries, des positions complémentaires. A gauche ou à droite sont deux positions complémentaires. Donc en fait on ne considérera que 13 classes de répartitions des billes différentes (une de plus que douze). C'est la raison pour laquelle on ne peut pas donner tout de suite un nom de bille à une classe, sachant que, une des classes, on ne sait pas laquelle, n'est pas utilisée.

Il nous faut nous appuyer sur la table des classes des pesées.

### **Table des classes des pesées**

Classe	Nom de La classe	Pesée n°			Détails pour la bille affectée à cette classe
		1	2	3	
Triple homogène	m	+	+	+	La bille doit apparaître sur les trois pesées, toutes du même côté, à gauche ou à droite
Triple 2 contre 1	n	+	+	-	Par exemple pesées 1 et 2 à G et pesée 3 à D
	o	+	-	+	1 et 3 à G et 2 à D ou bien, 1 et 3 à D et 2 à G
	p	-	+	+	2 et 3 d'un côté et pesée 1 de l'autre côté
Double homogène	q	+	+	0	Même côté pour p1 et p2, bille absente de la p3
	r	+	0	+	Absente de la pesée 2 et même côté p1 et p3
	s	0	+	+	Toujours même côté pour 2 et 3, absente de p1
Double hétérogène	t	+	-	0	p1 et p2 côtés opposés, absente de la pesée 3
	u	+	0	-	p1 et p3 opposés, absente de la pesée 2
	v	0	+	-	p2 et p3 opposés, absente de la pesée 1
Simple	w	+	0	0	Seulement pour la pesée 1
	x	0	+	0	Seulement pour la pesée 2
	y	0	0	+	Seulement pour la pesée 3

Le but est de répartir chacune des classes en respectant les contraintes d'interactivité de manière à avoir 4 classes pour chacun des 6 plateaux (gauche et droite de chacune des 3 pesées).

## Exemple d'une solution

Classe	P1	P2	P3	1G	1D	2G	2D	3G	3D	Bille légère	Bille lourde
m	+	+	+		m		m		m	GGG	DDD
n	+	+	-	n		n			n	DDG	GGD
o	+	-	+							Classe non utilisée	
p	-	+	+		p	p		p		GDD	DGG
q	+	+	0	q		q				DDE	GGE
r	+	0	+	r				r		DED	GEG
s	0	+	+				s		s	EGG	EDD
t	+	-	0	t			t			DGE	GDE
u	+	0	-		u			u		GED	DEG
v	0	+	-				v	v		EGD	EDG
w	+	0	0		w					GEE	DEE
x	0	+	0			x				EDE	EGE
y	0	0	+						y	EEG	EED

Ou aura compris que :

- P1, P2, P3 sont les pesées n° 1, n° 2 et n° 3
- - représente une bille posée d'un côté, + une bille posée de l'autre côté et 0, bille absente pour cette pesée
- 1G, 1D, 2G, 2D, 3G, 3D sont les plateaux gauches et droits des pesées n° 1 à 3
- GGG, DDD, DDG, ... EED sont les réponses globales pour les 3 pesées. Par exemple EED pour la dernière,
  - Le 1<sup>er</sup> E est l'équilibre de la 1<sup>ère</sup> pesée,
  - Le 2<sup>ème</sup> E est l'équilibre de la 2<sup>ème</sup> pesée,
  - La 3<sup>ème</sup> lettre D est mise pour : la balance de la 3<sup>ème</sup> pesée penche à droite.

Si par exemple la réponse des trois pesées est GDE (celle de la classe t), penche à gauche pour la première pesée, penche à droite pour la deuxième pesée et, est à l'équilibre pour la troisième pesée, cela veut dire qu'il s'agit de la bille affectée à l'effet t et que c'est une bille lourde. La réponse GDE est à un seul exemplaire. Il n'y a pas d'autre réponse identique.

Idem pour toutes les autres réponses.

Maintenant que je sais que la classe o n'est pas utilisée, je peux donner un nom aux douze billes.

Classe	m	n	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y
Bille	8	5	11	3	2	4	12	10	1	7	6	9

Cela correspond à la répartition des pesées suivante :

Plat 1G	Plat 1D	Plat 2G	Plat 2D	Plat 3G	Plat 3D
3, 2, 12, 5	7, 8, 10, 11	3, 11, 6, 5	1, 4, 8, 12	1, 2, 10, 11	9, 5, 8, 4

C'est la solution donnée par Alain. Bien sûr pour cette seule répartition des pesées il y a bien d'autres combinaisons de billes. Il existe aussi bien d'autres répartitions des classes.

La recherche manuelle des répartitions est possible. C'est laborieux mais possible.

## Liste des 152 solutions

1G	1D	2G	2D	3G	3D
ABCD	EFGH	AECI	BJDK	B EGL	AFJI
ABCD	EFGH	AECI	BJDK	ABEG	FJIL
ABCD	EFGH	AECI	BJDK	BEGK	AFJL
ABCD	EFGH	ABEC	IDJK	AEGJ	BFIL
ABCD	EFGH	AECG	BIJK	BEJL	AFID
ABCD	EFGH	AECG	BIJK	ABEJ	FIDL
ABCD	EFGH	AECG	BIJK	BEHJ	AFIL
ABCD	EFGH	ABDF	CIJK	ACGJ	BEIL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFKD	BECG	AKIL
ABCD	EFGH	ABEI	FJDK	AECG	BJIL
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	BECL	AJDI
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	ABEC	JDIL
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	BECK	AJDL
ABCD	EFGH	ABEG	FIJK	AECJ	BIDL
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	BECH	AJIL
ABCD	EFGH	ABFI	CEJK	ACDG	BJIL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCJ	BEIL	AGDJ
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCJ	ABEI	GDJL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCJ	BEIK	AGDL
ABCD	EFGH	ABEI	FCJK	AEIJ	BGDL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCJ	BEIH	AGJL
ABCD	EFGH	ABIJ	CEDK	ACIG	BFJL
ABCD	EFGH	AEIH	BFJK	BEIJ	AGCL
ABCD	EFGH	ABIG	CEJK	ACIJ	BFDL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFKC	ABEL	GKDI
ABCD	EFGH	ABEI	FJCK	AEKL	BGJD
ABCD	EFGH	AEIJ	BFKC	BEHL	AGKI
ABCD	EFGH	ABIJ	CEKD	ACGL	BFKI
ABCD	EFGH	ABEI	FJCK	AEHL	BGJI
ABCD	EFGH	AEIJ	BFKC	ABEH	GKIL
ABCD	EFGH	ABEI	FJCK	AEHK	BGJL
ABCD	EFGH	AEHI	BFJK	ABEL	GJCI
ABCD	EFGH	AEHI	BFJK	BEKL	AGJC
ABCD	EFGH	ABGI	CEJK	ACKL	BFJD
ABCD	EFGH	ABEH	FIJK	AEJL	BGIC
ABCD	EFGH	AEHI	BFJK	ABEK	GJCL
ABCD	EFGH	ABGI	CEJK	ACHL	BFJI
ABCD	EFGH	ABGI	CEJK	ACHK	BFJL
ABCD	EFGH	ADIF	BCJK	BIGJ	ACEL
ABCD	EFGH	ABEC	IDJK	AGJL	BEFI
ABCD	EFGH	ADFI	BCJK	ABGL	CEJI
ABCD	EFGH	ADFI	BCJK	BGKL	ACEJ
ABCD	EFGH	ABDF	CIJK	AGJL	BCEI
ABCD	EFGH	ADFI	BCJK	ABGK	CEJL
ABCD	EFGH	AIFJ	BCEK	BDIG	ACJL
ABCD	EFGH	ABEI	FJDK	ACGL	BEJI
ABCD	EFGH	ABEI	FJDK	ACGK	BEJL
ABCD	EFGH	ABEG	FIJK	ACJL	BEID
ABCD	EFGH	AFIJ	BCEK	BDGL	ACKI
ABCD	EFGH	ABFI	CEJK	ADGL	BCJI
ABCD	EFGH	AFIJ	BCEK	ABDG	CKIL
ABCD	EFGH	ABFI	CEJK	ADGK	BCJL
ABCD	EFGH	ABEG	FIJK	ACHJ	BEIL
ABCD	EFGH	ABEI	FCJK	AIJL	BEGD
ABCD	EFGH	AIJK	BCED	BIGL	ACFJ

1G	1D	2G	2D	3G	3D
ABCD	EFGH	ABIJ	CEDK	AIGL	BCFJ
ABCD	EFGH	AIJK	BCED	ABIG	CFJL
ABCD	EFGH	ABIJ	CEDK	AIGK	BCFL
ABCD	EFGH	ABEI	FCJK	AIHJ	B EGL
ABCD	EFGH	AIGJ	BCEK	ABIL	CFDJ
ABCD	EFGH	AIGJ	BCEK	BIKL	ACFD
ABCD	EFGH	ABIG	CEJK	AIJL	BCFD
ABCD	EFGH	AIGJ	BCEK	ABIK	CFDL
ABCD	EFGH	AIGJ	BCEK	BIHL	ACFJ
ABCD	EFGH	AIGJ	BCEK	ABIH	CFJL
ABCD	EFGH	AIGJ	BCEK	BIHK	ACFL
ABCD	EFGH	ABIG	CEJK	AIHJ	BCFL
ABCD	EFGH	ABEI	FJCK	AHKL	BEGJ
ABCD	EFGH	AGIJ	BCEK	ABHL	CFKI
ABCD	EFGH	ABGI	CEJK	AHKL	BCFJ
ABCD	EFGH	AEFB	IDJK	FCGJ	AEIL
ABCD	EFGH	AFBI	EJCK	AEFL	GJDI
ABCD	EFGH	AEFB	ICJK	AFJL	EGID
ABCD	EFGH	AFBI	EJCK	AEFK	GJDL
ABCD	EFGH	ACIJ	EBKD	AEBG	FKIL
ABCD	EFGH	AFBI	EJCK	AEFH	GJIL
ABCD	EFGH	AEFB	ICJK	FHJL	AEGI
ABCD	EFGH	AEFB	ICJK	AFHJ	EGIL
ABCD	EFGH	ACGI	EBJK	AEBL	FJDI
ABCD	EFGH	ACGI	EBJK	AEBK	FJDL
ABCD	EFGH	AFBH	EIJK	AEFJ	GICL
ABCD	EFGH	ACGI	EBJK	AEBH	FJIL
ABCD	EFGH	AEFI	GCJK	FBIJ	AEDL
ABCD	EFGH	AEFI	GJCK	AFBL	EJDI
ABCD	EFGH	AFIJ	EGKC	AEFB	KDIL
ABCD	EFGH	AEFI	GJCK	FBKL	AEJD
ABCD	EFGH	AEFI	GJCK	AFBK	EJDL
ABCD	EFGH	AEFI	GJCK	FBHL	AEJI
ABCD	EFGH	AEFI	GJCK	AFBH	EJIL
ABCD	EFGH	AEFI	GJCK	FBHK	AEJL
ABCD	EFGH	AGIJ	EBFK	AEBC	KDIL
ABCD	EFGH	AFHI	EGJK	AEFB	JCIL
ABCD	EFGH	AEFH	GIJK	FBJL	AEIC
ABCD	EFGH	AEFH	GIJK	AFBJ	EICL
ABCD	EFGH	AIJK	EBFC	AEBI	GDJL
ABCD	EFGH	AFIJ	EGBK	AEFI	HCJL
ABCD	EFGH	AEFI	GBJK	FIJL	AEHC
ABCD	EFGH	AEFI	GBJK	AFIJ	EHCL
ABCD	EFGH	AIHJ	EBFK	AEBI	GCJL
ABCD	EFGH	AFIJ	EGKB	AEFL	HKCI
ABCD	EFGH	AEFI	GJBK	AFKL	EHJC
ABCD	EFGH	AHIJ	EBFK	AEBL	GKCI
ABCD	EFGH	AFBI	EJDK	AECG	FJIL
ABCD	EFGH	AFBG	EIJK	AECJ	FIDL
ABCD	EFGH	ACFI	EBJK	AEDG	BJIL
ABCD	EFGH	AECF	BIJK	DGJL	AEBI
ABCD	EFGH	AECF	BIJK	ADGJ	EBIL
ABCD	EFGH	AFBI	ECJK	AEIJ	FGDL
ABCD	EFGH	ACIJ	EBDK	AEIG	BFJL
ABCD	EFGH	AECI	BDJK	IGJL	AEBF

1G	1D	2G	2D	3G	3D
ABCD	EFGH	AECI	BDJK	AIGJ	EBFL
ABCD	EFGH	ACIG	EBJK	AEIJ	BFDL
ABCD	EFGH	AFBI	EJCK	AEKL	FGJD
ABCD	EFGH	ACIJ	EBKD	AEGL	BFKI
ABCD	EFGH	AFBI	EJCK	AEHL	FGJI
ABCD	EFGH	AECI	BJDK	AGKL	EBFJ
ABCD	EFGH	AFBI	EJCK	AEHK	FGJL
ABCD	EFGH	ACGI	EBJK	AEKL	BFJD
ABCD	EFGH	AFBH	EIJK	AEJL	FGIC
ABCD	EFGH	ACGI	EBJK	AEHL	BFJI
ABCD	EFGH	AECG	BIJK	AHJL	EBFI
ABCD	EFGH	ACGI	EBJK	AEHK	BFJL
ABCD	EFGH	AFIJ	EGCK	AEBI	FDJL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFDK	CIGL	AEBJ
ABCD	EFGH	AEIJ	BFDK	ACIG	EBJL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFDK	CIGK	AEBL
ABCD	EFGH	AIGJ	EBFK	AECI	BDJL
ABCD	EFGH	AEIG	BFJK	CIJL	AEBD
ABCD	EFGH	AEIG	BFJK	ACIJ	EBDL
ABCD	EFGH	AEIG	BFJK	CIHJ	AEBL
ABCD	EFGH	AFIJ	EGKC	AEBL	FKDI

1G	1D	2G	2D	3G	3D
ABCD	EFGH	AEIJ	BFKD	ACGL	EBKI
ABCD	EFGH	AFIJ	EGKC	AEBH	FKIL
ABCD	EFGH	AGIJ	EBFK	AECL	BKDI
ABCD	EFGH	AFHI	EGJK	AEBL	FJCI
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	ACKL	EBJD
ABCD	EFGH	AFHI	EGJK	AEBK	FJCL
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	ACHL	EBJI
ABCD	EFGH	AGIJ	EBFK	AECH	BKIL
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	CHKL	AEBJ
ABCD	EFGH	AEGI	BFJK	ACHK	EBJL
ABCD	EFGH	AIJK	EBFC	AEIL	BGDJ
ABCD	EFGH	AFIJ	EBK	AEIL	FHCJ
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCK	AIKL	EBGD
ABCD	EFGH	AFIJ	EBK	AEIK	FHCL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCK	AIHL	EBGJ
ABCD	EFGH	AIJK	EBFC	AEIH	BGJL
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCK	IHKL	AEBG
ABCD	EFGH	AEIJ	BFCK	AIHK	EBGL
ABCD	EFGH	AIHJ	EBFK	AEIL	BGCJ
ABCD	EFGH	AEIH	BFJK	AIJL	EBGC
ABCD	EFGH	AIHJ	EBFK	AEIK	BGCL